

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

問題

次の場合について、4個の玉を6つの箱に入れる方法は何通りあるか。

- (a) 玉も箱も、それぞれ互いに区別できる。
- (b) 玉も箱も、それぞれ互いに区別できない。
- (c) 玉は互いに区別できるが、箱は互いに区別できない。
- (d) 玉は互いに区別できないが、箱は互いに区別できる。
- (e) 上記(d)において、さらに、1つの箱に1つの玉しか入らない場合。

【問題の解説】

単なる場合の数の問題です。一問、一問は大したことないですが、5問も出れば少し混乱します。「このくらい簡単！」と思えるようになっておいてくださいね。

【(a)の解答】

*区別できる時は自分で勝手に名前を付けると簡単ですよ。例えば4個の玉を1の玉、2の玉、3の玉、4の玉とします。また、6つの箱をAの箱、Bの箱、Cの箱、Dの箱、Eの箱、Fの箱とでもします。

まず、「1の玉を入れる」そして「2の玉を入れる」そして「3の玉を入れる」そして「4の玉を入れる」と考えます。

場合の数で「そして」は掛け算なんだよね。「1の玉」の入れ方は箱が6つあるので6通りです。「2の玉」も6通り…として考えていきます。

$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ 通り。

【(b)の解答】

*玉も箱も区別できないときは、単純に個数だけが問題になります。玉は4個なので、使う箱は多くても4箱です。

場合の数は、「ダブルカウントと数え落とし」これが間違えるポイントです。とにかく丁寧に考えて「ダブルカウントと数え落とし」をしないようにしてください。

玉は4個なので、玉が入る箱は多くて4個である。

- (i) 玉が入る箱が4箱のとき。すべての箱に1個ずつ入る1通りである。
- (ii) 玉が入る箱が3箱のとき。3箱のうちいずれかひと箱に玉が2個入り、残り3箱に1個ずつ入るときであるので1通りである。
↑今回は、玉も箱も区別がありません。区別がないから、箱に入る玉の個数だけが問題となります。6個の箱に入る玉の個数は1個、1個、1個、2個、0個、0個の1通りしかないですよ。
- (iii) 玉が入る箱が2箱のとき。(1個、3個、0個、0個、0個、0個)、(2個、2個、0個、0個、0個、0個)の2通り。
- (iv) 玉が入る箱が1箱のとき、(4個、0個、0個、0個、0個、0個)の1通り。

よって、求める場合の数は $1 + 1 + 2 + 1 = 5$ 通り。

【(c)の解答】

* (b)の結果を使います。

- (i) 玉が入る箱が4箱のとき。すべての箱に1個ずつ入る1通りである。
↑(b)と違い玉に区別があります。ただ、箱には区別がありません。4個の玉が1箱に入るのは1通りです。

(ii) 玉が入る箱が3箱のとき。3箱のうちいずれかひと箱に玉が2個入り、残り3箱に1個ずつ入るときであるので1通りである。

4個の玉のうちその2個の玉が同じ箱に入るかで ${}_4C_2 = 6$ 通りである。残り2個の玉はそれぞれ1個ずつとなるので、それぞれ1通りである。このときの場合の数は、 $6 \cdot 1 = 6$ 通り。

(iii) 玉が入る箱が2箱のとき。玉も箱も区別がないときは、(1個、3個、0個、0個、0個、0個)、(2個、2個、0個、0個、0個、0個)の2通りである。

今は玉に区別があるので、(1個、3個、0個、0個、0個、0個)となるのは ${}_4C_1 = 4$ 通りであり、(2個、2個、0個、0個、0個、0個)のときは、 $\frac{{}_4C_2}{2!} = 3$ 通り。

*組み分けの問題で組に区別がないときは、とりえず区別があると仮定して場合の数を求め、それを区別のない組の個数の!で割るんだったんだよね。

よって、合わせて $4 + 3 = 7$ 通りである。

(iv) 玉が入る箱が1箱のとき、玉の入りは(4個、0個、0個、0個、0個、0個)の1通りであり、このとき玉に区別がある場合も1通りである。

以上より、求める場合の数は $1 + 6 + 7 + 1 = 15$ 通りである。

【(d)の解答】

*いわゆるリンゴの問題です。場合の数のプリントでいっぱい解いたよね。忘れている人は、場合の数のプリントの問題44を見てください。*場合の数のプリントを欲しい人は、最後尾に乗っているメールアドレスに「場合の数のプリント希望」と書いて送ってください。

6個の箱に区別があるので、6個の箱をA,B,C,D,E,Fの箱とする。

4個の玉を一行に並べる。そして、しきりを5個入れる。そして、一番左側が箱Aに入る玉、次が箱Bに入る玉、…、一番右が箱Fに入る玉とする。

求める場合の数は4個の玉としきりを5個並べる場合の数と等しいので $\frac{9!}{4!5!} = 126$ 通りである。

【(e)の解答】

*すべての箱に1個ずつしか入りません。ということは6個の箱から球が入る4個の箱を選べばおしまいですよ。

6個の箱から1個ずつ玉が入る4個の箱を選ぶので、求める場合の数は ${}_6C_4 = 15$ 通りである。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司